保険金受取の不確実性が 保険需要に与える影響の分析

2024年9月13日（金）　日本保険学会 関東部会

慶應義塾大学大学院 商学研究科 後期博士課程

植木祐太

目次

概要

- 本研究は、損害が保険によってカバーされない状況を導入したときの保険需要を分析したものである。

- 損害が保険でカバーされない

ー 保険会社の何らか都合で保険金が支払われなかった（倒産・業務上のミス）

ー 契約者が意図して補償を望まなかった（契約時点で補償を限定的にした・意図的に保険金請求を行わなかった）

ー 保険で補償されない損害だった（プロテクションギャップ）

⇒いずれの場合も将来時点で自身に「損害が発生するか」「その損害で保険金が支払われるか」という２段階の不確実性に直面することになる。

- 損害が発生したときに保険金が支払われる条件付き確率が、保険需要に与える影響を分析することが目的である。

先行研究

【不払い・業務上のミス】

Siemering 2021

- 保険会社による不払い（本来支払われるべき保険金を支払わない）行為について、不払いによって生じる金銭的な利益と評判の低下をモデル化している。

（Andersson and Skogh 2003）

【契約不履行】

Doherty and Schlesinger 1990

- 保険契約の不履行によって正当な保険金請求に対して全額の支払いが行われない状況を想定する。
- 保険需要についての古典的な研究の一つであるMossinの定理（Mossin 1968）が成立しない可能性を指摘している。。

（ Cummins and Mahul 2003, Bernard and Ludkovski 2012, Stephens and Thompson 2015, ）

先行研究

【非保険化リスクの存在】

Meyer and Meyer 2010

- Doherty and Schlesinger 1990の一般化を図っており、保険の免責条項を含む非保険化リスクの存在も想定した拡張を図っている。

- 先行研究では損害が起きたにもかかわらず保険金が支払われないケースを、それぞれ別の経済主体やインセンティブ要素によって説明している。
- 倒産や不払いといった特定の要因に起因しない、一般的な保険金の受取不確実性について、Doherty and Schlesinger1990やMeyer and Meyer2010は保険需要の低下と保険需要に関する諸定理が成立しないことを指摘している。

⇒本研究では伝統的なMossin1968の命題について、保険金の受取不確実性を導入したうえで検討する。

設定

- 以下では資産水準Wから効用を得る個人を想定し、彼らの効用関数を$u(W)$とする。
- この個人はリスク回避的であり、彼らのVNM効用関数uは３階微分可能でかつ

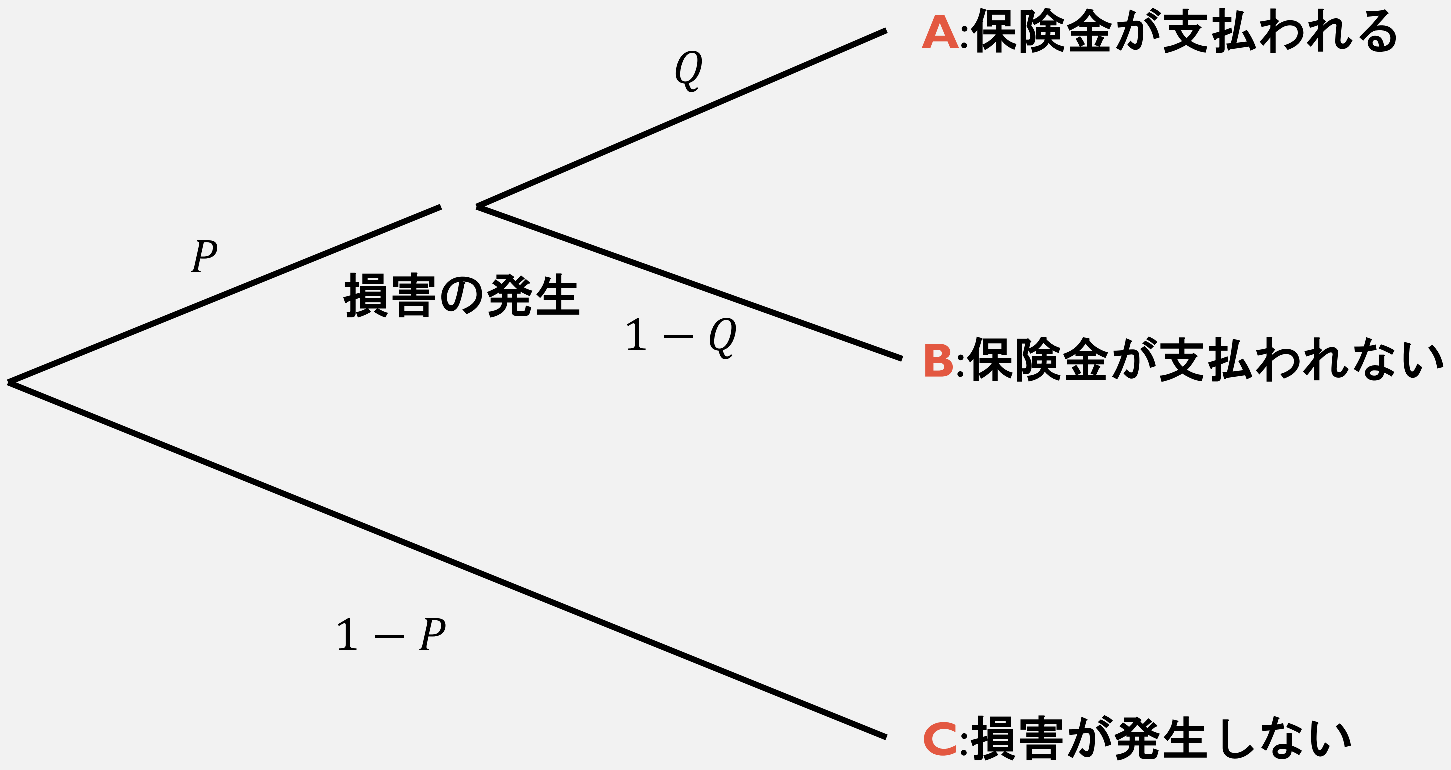
$$u'(W) = \frac{\partial u}{\partial W} > 0$$
$$u''(W) = \frac{\partial^2 u}{\partial W^2} < 0$$

- であるとする。

- ここでは確率 $P \in [0,1]$ で個人が損害Lを被ると仮定し、確率（$1 - P$）で損害が発生しないとする。
- 個人は保険を購入することでこの損害に備えることができるが、損害には保険で補償可能なものとそうでないものとが存在する。損害が発生したときに保険金が支払われる確率を $Q \in [0,1]$ とする。
- したがって個人は確率PQで保険金が支払われる損害に対する保険購入の水準を決定する問題に直面している。

設定

- 将来の状態について図示すると次のように表される。



設定

- 保険需要に関する古典的な研究においては、状態A（事故発生＋保険金受取）と状態C（無事故時）の２つの状態を扱う。
- 状態Bは損失Lを被ったままなので３つの状態の中で最も富が低い状態にある。さらに、保険に加入しなかった場合よりも期末の富は減少する。（保険料の支払いがあるため）

⇒状態Bの存在が保険の魅力を低下させることが予想される。

- またこれらのPやQの確率について、潜在的契約者と保険会社の双方が知っているものとする。
- これは保険料には反映されないが契約者が保険会社に抱いている不信感のようなものを排除していることになる。

⇒不信感が保険料の割高感を生むわけではない。

最適免責金額の導出

- 初期資産を$w(>0)$、保険料を$\pi(>0)$とし、免責金額$D\in[0,L]$を選択することで付保損害発生時に$L-D$の保険金を受け取る保険に加入すると仮定すると、このとき個人の期待効用EUは次のように表される。

$$EU \equiv P\{Qu(w-\pi(D)-D)+(1-Q)u(w-\pi(D)-L)\}+(1-P)u\big(w-\pi(D)\big) \quad (1)$$

- この個人が直面する問題は以下のような期待効用を最大化する免責金額Dの選択問題である。

$$\max_{D} EU(D) = P\{Qu(w-\pi(D)-D)+(1-Q)u(w-\pi(D)-L)\}+(1-P)u\big(w-\pi(D)\big) \quad (2)$$

- ただし保険料$\pi(D)$は付加保険料部分を表すローディングファクター$\lambda\ (\geq 1)$を用いて次のように定式化される。

$$\pi(D) = \lambda PQ(L-D) \quad (3)$$

最適免責金額の導出

- 以降では表記を簡便にするために状態の記号A〜Cを用いて次のような書き換えを行うこととする。

$$A = w - \pi - D, \qquad B = w - \pi - K, \qquad C = w - \pi$$

- よって、最大化問題の（２）式は次のように書き換えることができる。

$$\Rightarrow \quad \max_{D} EU(D) = P\{Qu(A) + (1-Q)u(B)\} + (1-P)u(C) \quad (2')$$

- この最大化問題の１階条件は次のように計算される。ただし $\pi_D = \partial\pi/\partial D$ とする。

$$\frac{\partial EU}{\partial D} = -(\pi_D + 1)PQu'(A) - \pi_D P(1-Q)u'(B) - \pi_D(1-P)u'(C) = 0 \quad (4)$$

最適免責金額の導出

- 次に２階条件は（５）式のようになり、これは効用関数の凹性の仮定から満たされている。

$$\frac{\partial^2 EU}{\partial D^2} = (\pi_D + 1)^2 PQu''(A) + {\pi_D}^2 P(1-Q)u''(B) + {\pi_D}^2 (1-P)u''(C) < 0 \qquad (5)$$

- よって１階条件である（４）式を満たす解が内点解として保証される。

- まずはじめに検討するのはこの最適免責金額D^*が付加保険料率にどのように影響されるかである。
- Mossin 1968、Smith 1968らが明らかにしたように、付加保険料が存在しない場合には人々は全部保険を選択するが、付加保険料が存在する場合には部分保険に加入することになる。

付加保険料の影響

- 1階条件の（4）式を書き換えることで次の等式を得る。

$$-\frac{\pi_D}{PQ}\{PQU'(A)+P(1-Q)U'(B)+(1-P)U'(C)\}=U'(A) \qquad (6)$$

- $\pi_D=-fPQ$より、変形することで次の式を得る。

$$U'(A)=\frac{Pf(1-Q)}{1-PQf}U'(B)+\frac{f(1-P)}{1-PQf}U'(C) \qquad (7)$$

- よって最適免責金額を与える条件は、状態Aでの限界効用が状態C, Bでの限界効用の上記のような加重和によって与えられる。
- この（７）式はDoherty and Shlesinger(1990)の（３）式と対応関係にある。（彼らは比例填補方式の保険をモデル化している）

付加保険料の影響

命題２．１

- 損害発生時の保険金受取不確実性に直面するリスク回避的な個人は、保険数理的公平な保険料の下であっても部分保険（D>0）を購入する。
- 保険金の受取確率Qが上昇して不確実性が小さくなるほど、保険需要は増加する。（Dが減少する）

証明

$$U'(A) = \frac{Pf(1-\ Q)}{1-PQf}U'(B) + \frac{f(1-\ P)}{1-PQf}U'(C) \qquad (7)$$

- $U'(C)$、$U'(B)$の前にある係数部分はf=1において $0 < \frac{P(1-Q)}{1-PQ}, \frac{(1-P)}{1-PQ} < 1$ となり、かつ和が１になる。
- リスク回避の仮定において$B < C$という資産の大小関係から$U'(C) < U'(B)$であり、 $U'(A)$が$U'(B)$の$U'(C)$加重和であるということから$U'(C) < U'(A)$である。
- ゆえに$A < C$が言えることから$D > 0$が成立し、部分保険が最適とわかる。

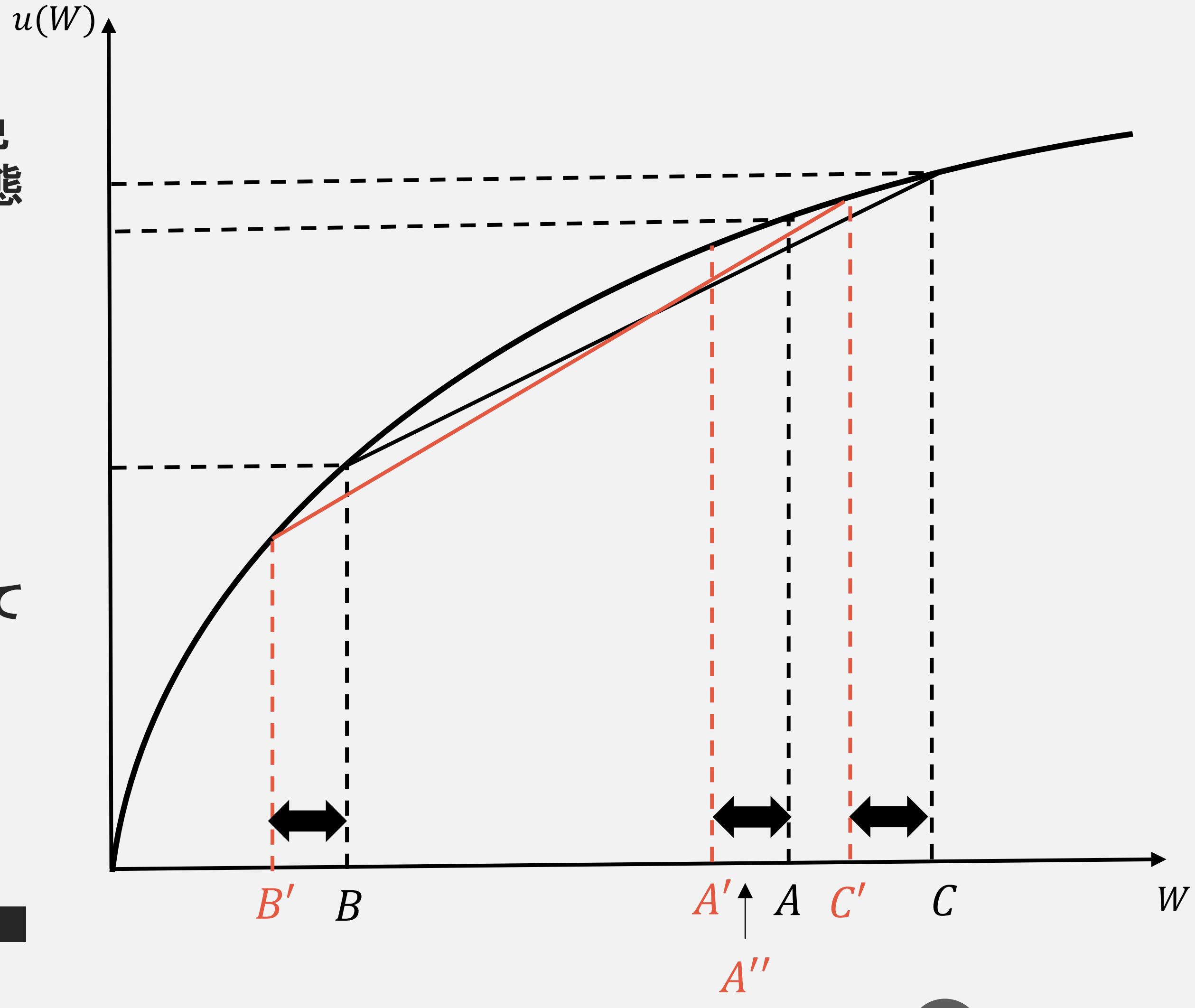
付加保険料の影響

- あるQ_1 において１階条件を満たす最適免責金額D_1^*での３つの状態の富の大きさを右図のA, B, Cとする。
- 次に、 受取確率がQ_2 $(Q_1 < Q_2)$に変化したとすると、免責金額がD_1^*で固定されているとき、保険料は３つの状態で平等に変化し、 A’, B’, C’となる。
- （７）式においてf=1での状態Bの係数$\frac{P(1-Q)}{1-PQ}$をQで微分すると、次のようになる。

$$\frac{d}{dQ}\frac{P(1-Q)}{1-PQ} = -\frac{P(1-P)}{(1-PQ)^2} < 0$$

- A, B, CからA’, B’, C’への変化はその加重割合を保存されていたので、Qの上昇に伴って状態Bの係数が小さくなることから係数変化を考慮した新しい最適免責金額D_2^*は$C' - A'' < C - A$ となり、 $D_1^* > D_2^*$となる。
- よってQの上昇は免責金額の減少となる。

■



付加保険料の影響

- 保険金の受取不確実性を考慮しなければ、付加保険料が存在せず保険料が純保険料部分のみで構成される場合（保険数理的公平料率）では、全部保険が最適である。（Mossin 1968, Smith 1968）
- 本モデルにおいてもQ=1においては（７）式は$U'(A)=U'(C)$となり、D=0で完全保険が最適である。
- 保険数理的公平料率を仮定しながらに部分保険が最適であるという命題2.1はこの帰結に反する例を提供することになる。

⇒将来起こるかもしれない損失に対して保険が完全でない（保険金が確実に受け取れない）場合には、保険需要は低下することになる。

- これは将来時点での状態間の期末の富の分散を小さくできないことに起因する。
- 免責金額を引き下げて状態AとCの富を近づけたとしても、状態Bという最悪の状態が残ってしまうため、免責金額を引き上げることで保険料支払い額を減少させ、状態A, Cと状態Bでの富の平滑化を図ることになる。

付加保険料の影響

- 次に保険数理的公平でない（$f > 1$）を検討する。

$$U'(A) = \frac{Pf(1 - Q)}{1 - PQf} U'(B) + \frac{f(1 - P)}{1 - PQf} U'(C) \qquad (7)$$

- $U'(B)$の加重係数が１と等しいか上回る場合（ $Pf \geq 1$ ）、どちらの加重係数も非負だったので$U'(A) > U'(B)$となる。
- これは$L < D$の状況を意味し、損失の全額を免責金額としていることから保険に入らないことを意味する。

⇒付加保険料が高すぎて保険を用いて将来富を平滑化することにコストがかかりすぎてしまう状態。

- 付加保険料が適度に低い状態、 $Pf < 1$を仮定して$U'(B)$の加重係数が１未満だとしても、 $U'(C)$との加重和がまた$U'(B)$を超えてしまっては上述の議論から保険に加入しないため保険加入の必要条件である。

付加保険料の影響

- （７）式の右辺が$U'(B)$を超えないための必要十分条件は次のとおりである。

$$\frac{f(1-P)}{1-fPQ}U'(C) < \left\{1-\frac{fP(1-Q)}{1-fPQ}\right\}U'(B) \quad where\ fP < 1 \qquad (8).$$

$$\Rightarrow \quad \left\{\frac{f-fP}{1-fPQ}\right\}U'(C) < \left\{\frac{1-fP}{1-fPQ}\right\}U'(B) \quad where\ \ fP < 1 \qquad (9)$$

$$\Rightarrow \quad \left\{\frac{f-fP}{1-fP}\right\} < \frac{U\prime(B)}{U\prime(C)} \qquad where\ fP < 1 \quad (10)$$

- この条件をまとめると次の命題で示される。

命題２．２

- 保険数理的に不公平な価格（$f > 1$）においては、条件式（10）が成立しているならばリスク回避的な個人は保険を購入する。この時最適な保険購入は部分保険となる。

比較静学

- 付加保険料とならなんで、保険需要の研究における主要なテーマの１つに保険が「下級財」か否かというものがある。

- Mossin1968は個人の絶対的リスク回避度が富の増加に従って減少する（DARA: Decreasing Absolute Risk Aversion ）場合、保険が下級財であると主張している。あるいは反対に絶対的リスク回避度が富の増加に伴って増加する場合には、保険が上級財である。

- つまり個人の所得が増加したときに需要が減少する財であると指摘しており、これまでに実証・理論の両側面から研究が行われてきた。

- このMossinの主張に対し、保険金の受取不確実性がどのように影響を与えるのか明らかにしていく。

比較静学

- 陰関数定理を用いて、1階条件（4）を全微分する。ただしD^*およびw以外については表記を簡便にするためにに変化をゼロとする。

$$dEU_D = EU_{DD}dD^* + EU_{Dw}dw = 0 \quad (11)$$

- wが変化した場合のD^*の変化は、

$$EU_{DD}dD^* + EU_{Dw}dw = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dD^*}{dw} = -\frac{EU_{Dw}}{EU_{DD}} \quad (12)$$

- となることから、

$$Sign\left[\frac{dD^*}{dw}\right] = Sign[EU_{Dw}] \quad (13)$$

- となる。

比較静学

- そこでEU_{Dw}の符号を確認するためにEU_{Dw}を計算すると次のように得られる。

$$EU_{Dw} = -(\pi_D + 1)PQu''(A) - \pi_D P(1-Q)u''(B) - \pi_D(1-P)u''(C) \qquad (14)$$

- 上に示した１階条件（４）式を変形すると、

$$-(\pi_D + 1) = \pi_D \frac{P(1-Q)u'(B) + (1-P)u'(C)}{PQu'(A)}$$

- となることから、これをEU_{Dw}の式に代入すると

$$EU_{Dw} = \pi_D \left(\frac{P(1-Q)u'(B) + (1-P)u'(C)}{PQu'(A)} \right) PQu''(A) - \pi_D P(1-Q)u''(B) - \pi_D(1-P)u''(C)$$

比較静学

$$\Rightarrow EU_{Dw} = -\pi_D\{P(1-Q)u'(B) + (1-P)u'(C)\}\left(-\frac{u''(A)}{u'(A)}\right) - \{\pi_D P(1-Q)u''(B) + \pi_D(1-P)u''(C)\}$$

$$\Rightarrow EU_{Dw} = -\pi_D\{P(1-Q)u'(B) + \pi_D(1-P)u'(C)\}\left\{\left(-\frac{u''(A)}{u'(A)}\right) - \left(-\frac{P(1-Q)u''(B) + (1-P)u''(C)}{P(1-Q)u'(B) + (1-P)u'(C)}\right)\right\}$$

- となる。その上で、$\pi_D < 0$ および $\{P(1-Q)u'(B) + \pi_D(1-P)u'(C)\} > 0$ であることから、

$$Sign[EU_{Dw}] = Sign\left[\left(-\frac{u''(A)}{u'(A)}\right) - \left(-\frac{P(1-Q)u''(B) + (1-P)u''(C)}{P(1-Q)u'(B) + (1-P)u'(C)}\right)\right] \quad (15)$$

- と整理することができる。

比較静学

- この（１５）式について、Arrow-Prattの絶対的リスク回避度を用いて次のように表記する。

$$R_A = -\frac{u''(A)}{u'(A)} \quad (16)$$

$$R_{BC} = -\frac{P(1-Q)u''(B) + (1-P)u''(C)}{P(1-Q)u'(B) + (1-P)u'(C)} \quad (17)$$

- ただし、 R_{BC}は絶対的リスク回避度ではない。 R_{BC}について分解すると、

$$\Rightarrow -\frac{u''(B)}{u'(B)}\left\{\frac{P(1-Q)u'(B)}{P(1-Q)u'(B)+(1-P)u'(C)}\right\} - \frac{u''(C)}{u'(C)}\left\{\frac{(1-P)u'^{(C)}}{P(1-Q)u'^{(B)}+(1-P)u'^{(C)}}\right\}$$

$$\Rightarrow R_B\left\{\frac{P(1-Q)u'(B)}{P(1-Q)u'(B)+(1-P)u'(C)}\right\} + R_C\left\{\frac{(1-P)u'^{(C)}}{P(1-Q)u'^{(B)}+(1-P)u'^{(C)}}\right\}$$

- つまり、状態BとCでの絶対的リスク回避度の加重和だとみなすことができる。

比較静学

- この表記を用いれば次のように簡略な式で記述される。

$$Sign[EU_{Dw}] = Sign[R_A - R_{BC}] \quad (18)$$

$Q = 1$の場合

- このとき$R_{BC} = -u''(C)/u'(C) = R_C$となる。
- 絶対的リスク回避度減少（DARA）を仮定すれば、$C > A$の大小関係から

$$Sign[EU_{Dw}] = Sign[R_A - R_C] > 0$$

- ゆえに$dD^*/dw > 0$であることを意味しており、初期資産額が増えるほど免責金額を増やすことになる。
- 言い換えれば保険需要が減少することになり、「下級財」の性質を持つことを意味する。

比較静学

$Q < 1$の場合

- DARA仮定の場合、富の大小関係から$R_C < R_A < R_B$となり、 $R_A - R_{BC}$の大小関係が明白ではない。
- この点についてQの変化が$R_A - R_{BC}$に与える影響を確認する。

$$sign\left[\frac{d}{dQ}(R_A - R_{BC})\right]$$

$$= sign\left[\pi'(Q)\frac{u'''(A)u'(A) - u''(A)^2}{u'(A)^2}\right.$$

$$- \pi'(Q)\frac{\{P(1-Q)u'''(B) + (1-P)u'''(C)\}\{P(1-Q)u'(B) + (1-P)u'(C)\} - \{P(1-Q)u''(B) + (1-P)u''(C)\}^2}{\{P(1-Q)u'(B) + (1-P)u'(C)\}^2}$$

$$\left.- \frac{P(1-P)\{u''(B)u'(C) - u'(B)u''(C)\}}{\{P(1-Q)u'(B) + (1-P)u'(C)\}^2}\right]$$

$$= sign\left[\frac{u'''(A)}{u'(A)} - R_A^2 - \frac{\{P(1-Q)u'''(B) + (1-P)u'''(C)\}}{\{P(1-Q)u'(B) + (1-P)u'(C)\}} + R_{BC}^2 - \frac{P(1-P)\{u''(B)u'(C) - u'(B)u''(C)\}}{\pi'(Q)\{P(1-Q)u'(B) + (1-P)u'(C)\}^2}\right] \quad (19)$$

比較静学

- $\frac{d}{dQ}(R_A - R_{BC})$の符号については（19）式のようにまとめることができる。

- Arrow-Prattの絶対的リスク回避度の時と同様に、Kimballによる絶対的慎重度（とその加重和を用いた指標）を用いて次のような表記を用いる。

$$S_A = -\frac{u'''(A)}{u''(A)} \quad (20)$$

$$S_{BC} = -\frac{\{P(1-Q)u'''(B) + (1-P)u'''(C)\}}{\{P(1-Q)u''(B) + (1-P)u''(C)\}} \quad (21)$$

- すると（１９）式は次のように書き換えることができる

$$sign\left[\left\{\frac{S_A}{R_A} - R_A^2\right\} - \left\{\frac{S_{BC}}{R_{BC}} - R_{BC}^2\right\} - \frac{P(1-P)\{u''(B)u'(C) - u'(B)u''(C)\}}{\pi'(Q)\{P(1-Q)u'(B) + (1-P)u'(C)\}^2}\right] \quad (22)$$

比較静学

- DARA仮定は慎重な個人という仮定を包含する。すなわち$S_A, S_{BC} > 0$であり、かつ$S_A \geq R_A$である。詳しくは（Gollier(2001)p.25 proposition 4）

- 書き換えた（２２）式より、$sign\left[\frac{d}{dQ}(R_A - R_{BC})\right]$の符号については次のように整理することができる。

$$\frac{S_A - R_A}{R_A} \lesseqgtr \frac{S_{BC} - R_{BC}}{R_{BC}} + \frac{P(1-P)\{u''(B)u'(C) - u'(B)u''(C)\}}{\pi'(Q)\{P(1-Q)u'(B) + (1-P)u'(C)\}^2} \quad \rightarrow \quad sign\left[\frac{d}{dQ}(R_A - R_{BC})\right] \lesseqgtr 0 \quad (23)$$

- ただし複号同順

- DARAであることから$-\frac{u''(B)}{u'(B)} > -\frac{u''(C)}{u'(C)} \quad \Rightarrow \quad u''(B)u'(C) - u'(B)u''(C) < 0$ である。
- つまり最初の不等式の右辺第２項は負である。

比較静学

- いま興味深いのは$\frac{d}{dQ}(R_A - R_{BC}) > 0$となる場合である。
- この場合には$Q = 1$のとき$dD^*/dw > 0$だった符号がQが減少するにつれて$dD^*/dw < 0$に転じる可能性があるからである。この場合には保険金の受取不確実性Qが低下すると、保険が「上級財」になるという可能性を示唆している。

- 不等式（２３）の右辺第２項が負であることから、$\frac{d}{dQ}(R_A - R_{BC}) > 0$が成立する十分条件は次のようになる。

$$\frac{S_A - R_A}{R_A} > \frac{S_{BC} - R_{BC}}{R_{BC}} \quad (24)$$

- これは次のように書き換えることができる。

$$\Rightarrow \frac{\partial R_A}{\partial W} < \frac{\partial R_{BC}}{\partial W} \quad (25)$$

比較静学

- （２４）式について

— 絶対的慎重度と絶対的リスク回避度の比率を示す。

— 状態BとCの平均的な状況に比べて、状態Aでより慎重に行動する（予防的貯蓄行動の志向が高まる）

— 慎重度はリスクに対して備える行動についてであり、リスク回避度はリスクに対してそれを回避しようとする行動について表現している。

- （２５）式について

— 各状態での絶対的リスク回避度の資産に対する変化を示す。

— 変化の大きさは状態Bにおいて最も大きく、したがって状態Bの影響が大きい場合に不等号は成立しやすいと考えられる。状態Bの影響が大きくなるのはQが低いときかPが高いときである。

⇒このような場合に保険が上級財になる可能性が高い。

まとめ

- 本研究は保険金の受け取りが不確実な場合の保険需要について分析した。
- 主要な帰結は以下のとおりである。

①保険金の受取不確実性Qの存在は付加保険料が無い場合に保険需要を低下させる。

②その場合に受取不確実性が高いほど保険需要をより低下させる。

③個人の効用関数についてDARAを仮定してもQが低下すると保険が上級財としてみなせる可能性がある。

- 不確実性Qの存在は、保険会社の倒産確率が減少する、契約者保護機構によって契約者が保護される、保険商品の拡充によって非保険化リスクが減少する、不払い問題が減少する、などの要因によって高まるものであり、このような企業活動や政策によって保険需要を高めることができると考えられる。

- 今回の研究では契約者による保険金受取確率の操作は行えないものとしている。一方で組み合わせ型商品の普及などで自身の補償範囲に対する選択の自由度は高まっており、今後の課題としたい。

ご清聴ありがとうございました。